

بسمه تعالی
جمهوری اسلامی ایران



طرح پیشنهادی جهت دریافت پایان نامه کارشناسی ارشد

دانشکده علوم ریاضی - دانشگاه شهرکرد

مشخصات دانشجو:

نام و نام خانوادگی	حمید شایان پور
شماره دانشجویی	۹۰۱۳۱۵۱۳۳
رشته تحصیلی، گرایش و دوره	ریاضی محض، آنالیز ریاضی

مشخصات استادان راهنما:

نام و نام خانوادگی	تخصص	مرتبه دانشگاهی	محل کار
دکتر حمید شایان پور	آنالیز تابعی	استادیار	دانشگاه شهرکرد - دانشکده علوم ریاضی
دکتر احمدی	آنالیز تابعی	استادیار	دانشگاه شهرکرد - دانشکده علوم ریاضی

مشخصات استادان مشاور:

نام و نام خانوادگی	تخصص	مرتبه دانشگاهی	محل کار
دکتر حمید شایان پور	آنالیز تابعی	استادیار	دانشگاه شهرکرد - دانشکده علوم ریاضی
دکتر علیرضا انصاری	آنالیز تابعی	استادیار	دانشگاه شهرکرد - دانشکده علوم ریاضی

مشخصات پایان نامه:

عنوان به فارسی	پیوستگی خودکار همریختی ها مدول همریختی ها روی جبرهای باناخ و جبرهای توپولوژیسیست
عنوان به انگلیسی	Automatic Continuity of Homomorphisms and Module Homomorphisms on Banach algebras and topological algebra

۱ - مقدمه و معرفی طرح:

اصل انقباضی باناخ یکی از پرکاربردترین قضیه‌های آنالیز است. از این رو تعمیم‌های بسیاری از آن در جهت‌های گوناگون به دست آمده است. از کاربردهای این اصل می‌توان به حل معادلات انتگرال و دیفرانسیل غیرخطی اشاره کرد. اصل انقباضی باناخ اولین بار توسط ترنیشی^۱ [۱۹] در سال ۱۹۸۶ روی مجموعه‌های مرتب، تعمیم یافته و مقاله‌های بسیاری در این زمینه ارائه شده است که از آن جمله می‌توان به [۲]، [۳]، [۴]، [۵]، [۶]، [۱۳]، [۱۴]، [۱۵] و [۱۶]، اشاره کرد.

مصطفی^۲ و سیمز^۳ [۱۱] با توسیع مفهوم متر به G - متر توانستند با یک شرط انقباضی جدید، اصل انقباضی باناخ را روی قضایای G^4 - متریک تعمیم دهند.

در این پایان نامه ابتدا مفهوم تابع تغییردهنده‌ی فاصله و تعمیم آن به نگاشت‌های به طور ضعیف صعودی، به طور ضعیف نزولی، R^5 - ضعیف جابجاشونده و فضاها G - متریک را معرفی می‌کنیم و سپس با استفاده از این مفاهیم، قضایای جدیدی را در زمینه‌های نقطه‌ی انطباق و ثابت نگاشت‌هایی که در شرط انقباضی جدید روی فضاها G - متریک صدق می‌کنند، اثبات می‌کنیم و سپس کاربردهای این قضایا را ارائه می‌دهیم.

۲ - اهداف اصلی طرح:

هدف ما در این پایان نامه، ارائه‌ی شرایطی در فضاها و نگاشت‌ها برای بدست آوردن نقطه‌ی انطباق، نقاط ثابت مشترک و نقطه‌ی ثابت آن‌هاست.

تابع $\phi : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ را تابع تغییردهنده‌ی فاصله گوئیم هرگاه ϕ پیوسته، نانزولی باشد و $\phi(t) = 0$ اگر و فقط اگر $t = 0$.

ابتدا فرض کنیم (X, d, \leq) یک فضای متریک تام مرتب، $T : X \rightarrow X$ ، f نگاشت‌های مفروض، ϕ و ψ توابع تغییردهنده‌ی فاصله باشند. اگر برای هر $x, y \in X$ که Tx و Ty مقایسه پذیرند، شرط

$$\psi(d(fx, fy)) \leq \psi(\max\{d(Tx, Ty), d(fx, fy), d(fy, Ty), \frac{1}{\psi}(d(fx, Ty) + d(fy, Tx))\}) \\ - \phi(\max\{d(fx, fy), d(fx, Tx), d(fy, Ty), \frac{1}{\psi}(d(fx, Ty) + d(fy, Tx))\})$$

1. Turinici
2. Mustafa
3. Sims

5. Sims

برقرار باشد، آن‌گاه تحت شرایط خاصی f و T دارای نقطه انطباق هستند. در ادامه تعمیم تابع تغییردهنده‌ی فاصله را ارائه می‌دهیم و قضیه‌ی بالا را به صورت زیر توسعه می‌دهیم.

فرض کنیم (X, d, \leq) یک فضای متریک تام مرتب، $R, S, T : X \rightarrow X$ نگاشت‌های مفروض، ψ_1 و ψ_2 توابع تعمیم یافته‌ی تغییردهنده‌ی فاصله و $\phi_1 = \psi_1(x, x, x)$ باشند. اگر برای هر $x, y \in X$ که Tx و Ty مقایسه پذیرند، شرط

$$\phi_1(d(Sx, Ty) \leq \psi_1(d(Rx, Ry), d(Rx, Sx), d(Ry, Ty)) \\ - \psi_2(d(Rx, Ry), d(Rx, Sx), d(Ry, Ty)))$$

برقرار باشد، آن‌گاه تحت شرایط خاصی T و S و R دارای نقطه‌ی انطباق هستند.

هم چنین مفاهیم G - متریک و نگاشت‌های R - ضعیف جابجاشونده را معرفی می‌کنیم و نشان می‌دهیم اگر X یک فضای G - متریک تام، $\{f, S\}$ و $\{g, T\}$ دو جفت از نگاشت‌های R - ضعیف جابجاشونده از X به X و $h \in [0, 1)$ باشند که به ازای هر $x, y \in X$ ، شرایط

$$G(fx, fx, gy) \leq h \max\{G(Sx, Sx, Ty), G(fx, fx, Sx), G(gy, gy, Ty), \\ [G(fx, fx, Ty) + G(gy, gy, Sx)]/2\}$$

و

$$G(fx, gy, gy) \leq h \max\{G(Sx, Ty, Ty), G(fx, Sx, Sx), G(gy, Ty, Ty), \\ [G(fx, Ty, Ty) + G(gy, Sx, Sx)]/2\}$$

برقرار باشد، آن‌گاه تحت شرایط خاصی f, g, T و S دارای نقطه‌ی ثابت مشترک هستند و در پایان کاربردهای این قضایا و نتایج آن‌ها را بیان می‌کنیم.

۳- روش انجام تحقیق:

در سراسر این پایان‌نامه، (X, d) یک فضای متریک و (X, \leq) یک مجموعه مرتب جزئی می‌باشد. \mathbb{N} نشانگر مجموعه اعداد طبیعی و \mathbb{R} نشانگر مجموعه اعداد حقیقی می‌باشد.

اگر (X, d) یک فضای متریک و $g, f : X \rightarrow X$ باشد، آن‌گاه $x \in X$ یک نقطه‌ی انطباق f و g است هرگاه $w = fx = gx$. همچنین نقطه‌ی ثابت مشترک دو نگاشت $g, f : X \rightarrow X$ نقطه‌ای مانند $x \in X$ است به طوری که $fx = gx = x$ باشد.

فرض کنید (X, \leq) یک مجموعه‌ی مرتب جزئی باشد. نگاشت‌های $f, g : X \rightarrow X$ به طور ضعیف صعودی نامیده می‌شوند هرگاه برای هر $x \in X$ و $fx \leq g(fx)$ و $gx \leq f(gx)$. همچنین گوییم نگاشت $f : X \rightarrow X$ نسبت به نگاشت $T : X \rightarrow X$ ، به طور ضعیف نزولی است هرگاه $fX \subseteq TX$ و برای هر $x \in X$ و هر $y \in T^{-1}(fx)$ ، $fy \leq fx$.

- [1] M. Abbas, S. H. Khan, T. Nazir, Common fixed points of R -weakly commuting maps in generalized metric spaces. *Fixed Point Theor Appl* 2011, 41 (2011).
- [2] R. P. Agarwal, M. A. El-Gebeily, D. O'regan, Generalized contractions in partially ordered metric spaces. *Appl Anal.* 87 (2008) 109–116.
- [3] I. Altun, H. Simsek, Some fixed point theorems on ordered metric spaces and application. *Fixed Point Theory Appl.* 2010, 17 (2010).
- [4] A. Amini-Harandi, H. Emami, A fixed point theorem for contraction type maps in partially ordered metric spaces and application to ordinary differential equations. *Nonlinear Anal.* 72 (2010) 2238-2242.
- [5] I. Beg, A. R. Butt, Fixed point for set-valued mappings satisfying an implicit relation in partially ordered metric spaces. *Nonlinear Anal.* 71(2009) 3699-3704.
- [6] I. Beg, A. R. Butt, Fixed points for weakly compatible mappings satisfying an implicit relation in partially ordered metric spaces. *Carpathian J Math.* 25 (2009) 1-12.
- [7] B. S. Choudhury, A common unique fixed point result in metric spaces involving generalized altering distances. *Math Commun.* 10 (2005) 105-110.
- [8] J. Harjani, K. Sadarangani, Fixed point theorems for weakly contractive mappings in partially ordered sets. *Nonlinear Anal.* 71 (2009) 3403-3410.
- [9] J. Harjani, K. Sadarangani, Generalized contractions in partially ordered metric spaces and applications to ordinary differential equations. *Nonlinear Anal.* 72 (2010) 1188-1197.
- [10] M. S Khan, M. Swaleh, S. Sessa, Fixed point theorems by altering distances between the points. *Bull Aust Math Soc.* 30 (1984)1–9.
- [11] Z. Mustafa, B. Sims, A new approach to generalized metric spaces. *J Nonlinear Convex Anal.* 7(2) (2006) 289–297.
- [12] H. K. Nashine, B. Samet, J. K. Kim, Fixed point results for contractions involving generalized altering distances in ordered metric spaces. *Fixed Point Theor Appl* 2011, 5 (2011).
- [13] J. J. Nieto, R.L. Pouso, R. Rodríguez-López, Fixed point theorems in ordered abstract spaces. *Proc Am Math Soc.* 135 (2007) 2505-2517.
- [14] J.J. Nieto, R. Rodríguez-López, Contractive mapping theorems in partially ordered sets and applications to ordinary differential equations. *Order.* 22 (2005) 223–239.
- [15] J. J. Nieto, R. Rodríguez-López, Existence and uniqueness of fixed point in partially ordered sets and applications to ordinary differential equations. *Acta Math Sin.* 23 (2007) 2205–2212.
- [16] D. O'Regan, A. Petrusel, Fixed point theorems for generalized contractions in ordered metric spaces. *J Math Anal Appl.* 341(2008) 1241-1252.
- [17] R. Saadati, S. M. Vaezpour, P. Vetro, B. E. Rhoades, Fixed point theorems in generalized partially ordered G -metric spaces. *Math Comput Modelling.* 52(5-6) (2010) 797–801.
- [18] W. Shatanawi, Z. Mustafa, N. Tahat. Some coincidence point theorems for nonlinear contraction in ordered metric spaces. *Fixed Point Theor Appl* 2011, 68 (2011).
- [19] M. Turinici, Abstract comparison principles and multivariable Gronwall-Bellman inequalities. *J Math Anal Appl.* 117 (1986) 100-127.

منابع مالی تامین هزینه اجرای پایان نامه، تاریخ دفاع پایان نامه:
هزینه انجام پایان نامه‌های کارشناسی ارشد در هر سال توسط شورای تحصیلات تکمیلی دانشگاه تعیین و توسط دانشکده‌ها قابل پرداخت خواهد بود. در صورتی که بخشی از هزینه انجام پایان نامه از محل‌های دیگر تامین می‌شود، ذکر نام سازمان، مبلغ و مشخصه‌ای از قرار داد همراه با موافقت سازمان مربوطه، الزامی است.
نام سازمان: IPM
مبلغ: ۱۰۰۰۰۰۰۰ ریال
زمان پیشنهادی برای تاریخ دفاع: تیر ۱۳۹۳
در ضمن تمدید این زمان، منوط به موافقت شورای تحصیلات تکمیلی دانشکده برحسب مقررات دانشگاه است.

نام و نام خانوادگی دانشجو:

۱- حمید شایان پور
امضاء

نام و نام خانوادگی استادان راهنما:

۱- دکتر حمید شایان پور
امضاء

۲- دکتر احمدی
امضاء

نام و نام خانوادگی استادان مشاور:

۱- دکتر حمید شایان پور
امضاء

۲- دکتر علیرضا انصاری
امضاء

موضوع طرح پیشنهادی پایان نامه در جلسه شورای گروه در تاریخ مورد بررسی قرار گرفت و به تصویب رسید.

نام و نام خانوادگی مدیر گروه
امضاء

موضوع طرح پیشنهادی پایان نامه در جلسه شورای پژوهشی و تحصیلات تکمیلی دانشکده علوم ریاضی مورخ مورد بررسی قرار گرفت و به تصویب رسید.

مدیر پژوهشی و تحصیلات تکمیلی دانشکده علوم ریاضی